

Géométrie analytique

Exercice n :1

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan, $A(1, 2)$; $B(2, 4)$; $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\Delta : 4x - y - 1 = 0$

Déterminer une équation cartésienne de chacune des droites suivantes :

1. $D_1 = (AB)$.
2. D_2 la droite qui passe par A et de vecteur directeur \vec{u} .
3. D_3 la droite qui passe par B et de vecteur normal \vec{v} .
4. D_4 la droite qui passe par A et parallèle à la droite Δ .
5. D_5 la droite qui passe par B et de coefficient directeur égal à 5.

Exercice n : 2

Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(-4 ; -1)$; $B(2 ; 6)$; $C(4 ; -5)$.

1. a. Déterminer une équation de la droite (AC)
- b. Démontrer que la droite d'équation : $7x - 6y + 22 = 0$ passe par A et B
2. a. Déterminer une équation de la droite Δ passant par B et perpendiculaire à (AC).
- b. Vérifier que $(\Delta') : y = -\frac{6}{7}x - \frac{11}{7}$ est perpendiculaire à (AB) et passe par C

Exercice n : 3

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan, $A(1 ; 1)$; $B(3 ; 2)$ et $\Delta : x - y + 4 = 0$

1. Déterminer une équation cartésienne de chacune des droites (OA) ; (OB) et (AB).
2. Montrer que La droite (AB) est parallèle à la droite Δ .
3. Déterminer $\Delta \cap (O, \vec{i})$ et $\Delta \cap (O, \vec{j})$
4. Soit Δ' la perpendiculaire à la droite (AB) en A.
 - a. Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ' .
 - b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites Δ et Δ'

Exercice n :4

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan, $A(0 ; 2)$; $B(2 ; 2)$; $C(2 ; 0)$; $E(1, 1)$ et $F(3 ; 1)$

1. Montrer que ABC est un triangle isocèle et rectangle en B.
2. Ecrire une équation cartésienne du cercle (ξ) circonscrit à ABC.

3. a. Ecrire une équation cartésienne de la tangente Δ à (ξ) en B.

b. Ecrire une équation cartésienne de la tangente Δ' à (ξ) en C.

c. Montrer que Δ et Δ' sont sécantes en F.

4. Soit l'ensemble $(\xi') : \{M(x; y) \text{ tel que } x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0\}$

a. Montrer que (ξ') est un cercle dont on précisera son centre J et son rayon r.

b. Montrer que EBFC est un carré et que (ξ') est son cercle circonscrit.

c. Caractériser $(\xi) \cap (\xi')$

Exercice n : 5

Soit les droites $\Delta_m : (m+1)x + (m-1)y - m + 3 = 0$ et $D_1 : x + y + 2 = 0$.

1. déterminer une équation cartésienne de la droite D_2 de vecteur directeur $\vec{u}\left(\begin{smallmatrix} 6 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$ et passant par A (-3 ; 1).

2. montrer que D_1 et D_2 sont sécantes en un point I dont on précisera les coordonnées.

3. pour quelle valeurs de m les droites D_1 , D_2 et Δ_m sont concourantes ?

4. pour quelle valeurs de m $\Delta_m // D_1$?

5. pour quelle valeurs de m $\Delta_m \perp D_2$?

6. pour quelle valeurs de m, $\vec{v}\left(\begin{smallmatrix} -4 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)$ soit un vecteur directeur de Δ_m ?

Exercice n : 6

Soit les droites $\Delta_m : mx - y + 3m - 1 = 0$ où m est un réel.

1. montrer que les droites Δ_m passe par un point fixe A que l'on déterminera

2. soit l'ensemble $\xi : x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$. Montrer que ξ est un cercle à caractériser

3. Déterminer la valeur de m dans chacun des cas suivants

a. ξ et Δ_m sont tangents. b. ξ et Δ_m sont sécantes. c. ξ et Δ_m sont extérieurs.

Exercice n : 7

Soit les points A (-2, 2), B (-1, 3) E (2 ; -1) et M (m ; 2) où m un réel .

1. Déterminer une équation cartésienne (AB)

2. Calculer la distance du point E à la droite (AB)

3. déterminer m pour que (AB) soit tangente au cercle de centre M et passant par O.